BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№2 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2014

UOT 537.8

ROTATOR ÜÇÜN AHARONOV-BOM EFFEKTİ

M.R.RƏCƏBOV, İ.M.NƏCƏFOV, T.İ.VERDİYEVA
Bakı Dövlət Universiteti
m_rajabov@mail.ru

Son zamanlar qeyri–trivial topologiyaya malik fəzalarda mikrozərrəciyin hərəkəti ilə bağlı kvant mexaniki məsələlərin həlli böyük maraq kəsb edir. Bu zaman kvant nəzəriyyəsində həm koordinatın dəyişmə sərhədi, yəni sərhəd şərtləri, həm də zərrəciyin hərəkət etdiyi xarici sahənin növü mühüm rol oynayır. İşdə topoloji effektlərin yarandığı xarici elektromaqnit sahəsində zərrəciyin hərəkətinə baxılır.

Açar sözlər: Aharonov-Bom effekti, rotator, qeyri-trivial topologiya

Qeyri-trivial topologiyaya malik fəzada zərrəciyin hərəkəti ilə bağlı kvant –mexaniki məsələlər çox aktualdır. Belə məsələlərdən biri də Aharonov–Bom effektidir. Bu effektə görə maqnit sahəsinin olmadığı, amma vektor potensialın sıfırdan fərqli olduğu oblastda kvant zərrəciyi elektromaqnit qarşılıqlı təsiri hiss edə bilər. Bu, sırf kvant effektidir və onun klassik analoqu yoxdur. Aharonov–Bom effekti bir çox dəqiq aparılan təcrübələrin köməyilə öz təsdiqini tapmışdır və bu effekt mühüm praktik əhəmiyyət daşıyır. Bu effekt hesabına gələcəkdə yeni nəsil fiziki cihazların işlənib hazırlanması mümkün olacaq. Buna görə də müxtəlif tip məsələlər üçün Aharonov–Bom effektinin nəzəri tədqiqi bu gün də aktualdır.

İşdə sferik rotator üçün Aharonov–Bom effekti nəzəri olaraq tədqiq edilmişdir. Göstərilmişdir ki, vakuumun birəlaqəli olmaması Aharonov–Bom effektinin mövcud olması üçün zəruri şərtdir.

Klassik fizikada elektromaqnit sahəsində yükü e olan zərrəciyə təsir edən qüvvə Lorens düsturu ilə ifadə olunur [2]:

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\left[\vec{\vartheta}\vec{B}\right], \qquad (1)$$

burada $\vec{E}$-elektrik sahəsinin intensivliyi, $\vec{B}$-maqnit sahəsinin induksiyasıdır. $\vec{E}$-elektrik sahəsinin intensivliyinin və $\vec{B}$-maqnit sahəsinin induksiyasının $\vec{A}$-vektor potensialı və φ-skalyar potensialı ilə bağlı ifadələri aşağıdakı şəkildədir:

$$\begin{aligned} &\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla}\varphi, \\ &\vec{B} = rot\vec{A}. \end{aligned} \tag{2}$$

$\vec{A}$-vektor potensialı və φ-skalyar potensialı birqiymətli təyin olunmurlar. $\vec{A}$-vektor potensialı və φ-skalyar potensialı aşağıdakı şəkildə çevrildikdə $\vec{E}$-elektrik sahəsinin intensivliyi, $\vec{B}$-maqnit sahəsinin induksiyası vektorları bu zaman dəyişmirlər, yəni $\vec{E}$-elektrik sahəsinin intensivliyi, $\vec{B}$-maqnit sahəsinin induksiyası vektorları potensialların qradiyent çevrilməsinə nəzərən dəyişmir, invariant qalırlar.

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} f,$$

$$\vec{B}' = rot\vec{A}' = rot\left(\vec{A} + \vec{\nabla} f\right) = rot\vec{A} + rotgradf = rot\vec{A} = \vec{B},$$

$$rotgradf = 0,$$

$$\varphi' = \varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t}, \qquad \vec{E}' = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} - \vec{\nabla}\varphi',$$

$$\vec{E}' = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{A} + \vec{\nabla} f\right) - \vec{\nabla}\left(\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t}\right) = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla} f + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla} f - \vec{\nabla}\varphi =$$

$$= -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla}\varphi = \vec{E},$$

burada f funksiyası– r və t-dən asılı ixtiyari funksiyadır. $\vec{A}$-vektor potensialı və φ-skalyar potensialını dördölçülü potensial şəklində birləşdirsək, kalibrləşmə çevrilməsi aşağıdakı kimi olar:

$$A_\mu \to A'_\mu = A_\mu + \frac{\partial f}{\partial x_\mu}.$$

Buradan alırıq ki, elektromaqnit sahəsinin yükə təsiri Lorens qüvvəsi ilə verilir və $\vec{E}$-elektrik sahəsinin intensivliyi, $\vec{B}$-maqnit sahəsinin induksiyası sıfırdan fərqli olduqda sahə yükə təsir edir. Aharonov–Bom effekti göstərir ki, kvant mexanikasında bu belə deyil, fiziki effektlər A_μ-vektor potensialı sıfırdan fərqli ($A_\mu \neq 0$), lakin $\vec{E}$-elektrik sahəsinin intensivliyi, $\vec{B}$-maqnit sahəsinin induksiyası sıfıra bərabər ($\vec{E}=0$; $\vec{B}=0$) olan sahələr də olur [8,9]. Bu zaman klassik fizikadan fərqli olaraq A_μ-vektor potensialı daha dərin fiziki məna kəsb edir.

Xarici elektromaqnit sahəsində hərəkət edən zərrəciyin Şredinger tənliyi aşağıdakı şəklə malikdir:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = [\frac{1}{2m}(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c}\vec{A})^2)]\psi \tag{3}$$

İndi biz elektronun maqnit sahəsi olmayan oblastda hərəkətinə baxaq. Sferik rotator götürək. Maqnit sahəsi olmayan hal üçün rotator məsələsi kvant mexanikasında dəqiq həll olunur/ mux/. Belə rotatorun tam enerji spektri

$$E_l = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2ma^2} \tag{4}$$

məxsusi funksiyalar spektri isə

$$\psi_{lm}(\theta,\varphi) = Y_{lm}(\theta,\varphi) = C_{lm}P_{lm}(\cos\theta)e^{im\varphi}$$

olur. Burada l –orbital kvant ədədi olub, l=0,1,2.... tam qiymətlər alır, a- isə rotatorun radiusudur.

İndi fərz edək ki, zərrəciyin orbitinin mərkəzində, orbit müstəvisinə perpendikulyar sonsuz uzun nazik solenoid yerləşmişdir. Solenoidin daxilində maqnit sahəsi bircinslidir, solenoiddən xaricdə maqnit sahısi yoxdur. Bircins maqnit sahəsinin z oxu boyunca yönəldiyini fərz etsək, solenoidin daxilində:

$$B_x = B_y = 0, \qquad B_z = B. \tag{5}$$

Solenoidin kənarında:

$$\vec{B} = 0.$$

A vektor potensial aşağıdakı kimi seçilə bilər:
Solenoidin daxilində [8]:

$$A_r = A_z = 0,$$
$$A_\varphi = \frac{B\rho}{2}. \qquad (6)$$

Solenoidin kənarında:

$$A_r = A_z = 0,$$
$$A_\varphi = \frac{BR^2}{2\rho}. \qquad (7)$$

burada R-solenoidin radiusudur.
Hallar stasionar olduğundan,

$$\hat{H}\psi = E\psi, \qquad (8)$$

burada E-rotatorun enerjisidir. Onda (1) tənliy

$$[\frac{1}{2m}(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c}\vec{A})^2)]\psi = E\psi \qquad (9)$$

şəklinə düşər.
Silindrik koordinatlara keçsək, Şredinger tənliyi aşagıdakı şəklə malik olar:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho} - \frac{\hbar^2}{2\mu\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} - \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{e}{\mu c}(\vec{A}\hat{\vec{P}})\psi + \frac{e^2}{\mu c^2}A^2\psi = E\psi \qquad (10)$$

$A_\varphi = \dfrac{BR^2}{2\rho}$ və $\Phi = \pi R^2 B$, $\rho = a = const$ oldugunu nəzərə alsaq, onda Şredinger tənliyi aşağıdakı şəklə düşür:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{a^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} - \frac{ie\Phi}{\pi c\hbar R^2}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} - \frac{e^2\Phi^2}{4\pi^2c^2\hbar^2R^2}\psi = E\psi \qquad (11)$$

Burada, Φ-solenoidin maqnit selidir.Bu tənliyin həllini

$$\psi_m = Ce^{im\varphi}, m = 0,\pm1,\pm2... \qquad (12)$$

şəklində axtaraq. (12)-ni (11)-də nəzərə alsaq, rotatorun enerji spektri üçün

$$E = \frac{P_z^2}{2\mu} + \frac{\hbar^2}{2\mu R^2}(m - \frac{e\Phi}{2\pi c\hbar})^2 \qquad (13)$$

alarıq. $\psi(\varphi+2\pi)=\psi(\varphi)$ periodikliyini nəzərə alaq, onda $m=0;\pm1;\pm2;...$ qiymətlər alır.

$\lambda=\frac{e\Phi}{2\pi c\hbar}=\frac{\Phi}{\Phi_0}$;($\Phi_0=\frac{2\pi c\hbar}{e}$ -maqnit seli kvantıdır (flükson)) əvəzləməsi etsək və zərrəciyin yalnız solenoidin oxuna perpendikulyar müstəvisinə perpendikulyar müstəvidə hərəkət etdiyini qəbul etsək, onda enerji spektri üçün alarıq:

$$E=\frac{\hbar^2(m-\lambda)^2}{2mR^2}. \tag{14}$$

Əgər $\lambda=n$ $(n=0;1;2...)$ qiymətlər alarsa, rotatorun enerji spektri sərbəst rotatorun enerjisi üzərinə düşür.

Əgər $\lambda=n+\delta$ olarsa, burada δ -maqnit selinin kəsr hissəsini xarakterizə edir, onda biz sərbəst rotatorun enerjisinə əlavələri almış olarıq:

$$E=\frac{\hbar^2(m-n-\delta)^2}{2mR^2} \quad ; \quad 0<\delta<1, \tag{15}$$

Beləliklə, zərrəciyə təsir edən Lorens qüvvəsi sıfıra bərabər olduqda belə, zərrəciyin hərəkət etməsi mümkün olmayan oblastda toplanmış maqnit sahəsi enerji spektrini deformasiya edir, yəni zərrəcik maqnit sahəsinin təsirini hiss edir.

Biz çox maraqlı və vacib bir nəticəyə gəlirik: $\delta=\Phi/\Phi_0$ kəmiyyətinin kəsr qiymətlərində dalğa funksiyası periodikliyini itirir:

$$\psi(\varphi+2\pi)\neq\psi(\varphi). \tag{16}$$

Bu isə kvant mexanikasında dalğa funksiyasının birqiymətli olmasına ziddir. Qeyd edək ki, Φ/Φ_0 tam ədəd olarsa, dalğa funksiyasının periodikliyi pozulmur, lakin onda artıq qeyd edildiyi kimi, Aharonov-Bom effekti itir. Beləliklə, ənənəvi olaraq dalğa funksiyasının birqiymətli olmasına qoyulan tələbə baxmayaraq, kvant mexanikasında əvvəlcədən birqiymətliliyin pozulması istisna edilə bilməz.

Deməli, vakuumun çoxəlaqəli olması Aharonov-Bom effektinin yaranması üçün lazım olan şərtdir. Beləliklə, kalibrovka nəzəriyyəsinə əsasən vakuum maraqlı bir struktura malikdir və bəzən bir sıra gözlənilməz effektlər baş verə bilər.

ƏDƏBİYYAT

1. Muxtarov A.İ. Kvant Mexanikası. Bakı: Bakı Universiteti, 2007, 660 s.
2. Nəcəfov İ.M. Müasir klassik elektrodinamika. Bakı: Adiloğlu, 2012, 549 s.
3. Афанасьев Г.Н. Старые и новые проблемы в теории эффека Аронова-Бома // Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1990, т. 21, в. 1, с. 172-250.

4. Галицкий В.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механике. М.: Наука, 1981, 648 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика том 2. Теория поля. М.: Наука, 1988, 508 с.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика том 3. Квантовая механика. М.: Наука, 1989, 767 с.
7. Лошак Ж. Новая теория эффека Аронова–Бома для случая, когда источник потенциала находится вне электронных траекторий // Прикладная физика, 2003, № 2, с. 5-11.
8. Райдер Л. Квантовая теория поля. М.: Платон, 1998, 512 с.
9. Adami R., Teta A. On the Aharonov–Bohm Effect // Lett. Math. Phys. 43, 1998, p 15-29.
10. Aharonov Y. On the Aharonov-Bohm Effect and Why Heisenberg Captures Nonlocality Better Than Schrödinger // Phys. Rev. A, 2013, p 27-30.
11. Bagrov V.G., Gavrilov S.P., Gitman D.M., Meira Filho D.P. Coherent and Semiclassical States in Magnetic Field in the Presence of the Aharonov–Bohm Solenoid // J. Phys. A 44, 2011, p 35-69.

ЭФФЕКТ АРОНОВА–БОМА ДЛЯ РОТАТОРА

М.Р.РАДЖАБОВ, И.М.НАДЖАФОВ, Т.И.ВЕРДИЕВА

РЕЗЮМЕ

В последние годы большой интерес вызывают задачи квантовой механики, которые возникают при исследовании движения микрочастиц в областях пространства с нетривиальной топологией. При этом в квантовой теории важнейшую роль играют как пределы изменения координат, т.е. граничные условия, так и вид внешнего поля, в котором движется частица. В данной работе мы рассмотрим некоторые примеры поведения зараженных частиц во внешнем электромагнитном поле, в котором проявляются топологические эффекты.

Ключевые слова: эффект Аронова-Бома, ротатор нетривиальная топология

THE AHARONOV-BOHM EFFECT FOR ROTATOR

M.R.RAJABOV, İ.M.NAJAFOV, T.İ.VERDIYEVA

SUMMARY

Recently, a huge interest is developing to the quantum mechanics tasks, which originates at the research of the movement of micro particles in the areas of space with non-trivial topology. Thus, in the quantum theory the major role is given to the limits of change of particle moves of coordinates. In this work, we shall consider some examples of the behavior of charged particles in external, i.e. boundary conditions, and also external field appearance, in which topological effects appear.

Key words: Aharonov-Bohm effect, rotator, non-trivial topology

Redaksiyaya daxil oldu: 07.04.2014-cü il
Çapa imzalandı: 04.07.2014-cü il